CHAPITRE 6 Les solides

Renforcement 6.1 Les polyèdres et les corps ronds

Page 342

1. **a)** Polyèdre.

b) Corps rond.

c) Polyèdre.

2. **a)** 1) C 2) Prisme droit à base rectangulaire.

b) 1) A 2) Pyramide régulière à base hexagonale.

c) 1) B 2) Prisme droit à base triangulaire.

3. **a)** Pyramide régulière à base décagonale.

b) Un décagone régulier représentant la base de la pyramide et 10 triangles isométriques représentant les faces latérales de la pyramide.

c) Soit P, le périmètre du décagone, et c, la mesure d'un côté du décagone.

$$P = 10c$$
$$(60x + 72)\text{ cm} = 10c$$
$$c = (6x + 7{,}2)\text{ cm}$$

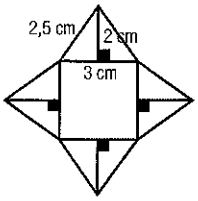
Réponse : La mesure d'un côté de la base de la pyramide est de $(6x + 7{,}2)$ cm.

Page 343

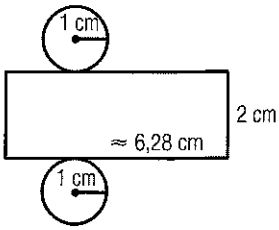
4.

Caractéristique \ Solide		Hexagone régulier		Carré
Mon développement est constitué de 6 rectangles.		✓		✓
J'ai 2 bases parallèles.	✓	✓		✓
Je suis un polyèdre régulier.		✓		✓
J'ai 2 arêtes ou plus.	✓	✓		✓
Je suis un corps rond.	✓		✓	
J'ai 1 face latérale.	✓		✓	

5. **a)**



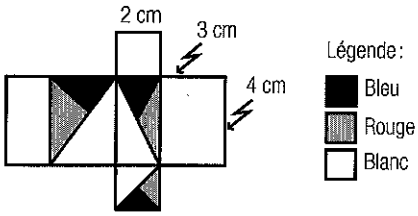
b)



Enrichissement 6.1 Les polyèdres et les corps ronds

Page 344

1.



Renforcement 6.2 L'aire d'un prisme

Page 345

1. **a)** $A_L = 240\text{ cm}^2$ **b)** $A_L = 280\text{ cm}^2$ **c)** $A_L = 360\text{ cm}^2$

d) $A_L = 560\text{ cm}^2$ **e)** $A_L = 400\text{ cm}^2$ **f)** $A_L = (20x + 160)\text{ cm}^2$

Page 345 (suite)

2. a) 1) $A_L = P_B \times h$
$= (16\text{ mm} + 16\text{ mm} + 11\text{ mm}) \times 31\text{ mm}$
$= 1333\text{ mm}^2$

2) $A_B = \frac{b \times h}{2}$
$= \frac{11\text{ mm} \times 15\text{ mm}}{2}$
$= 82{,}5\text{ mm}^2$

3) $A_T = A_L + 2 \times A_B$
$= 1333\text{ mm}^2 + 2 \times 82{,}5\text{ mm}^2$
$= 1498\text{ mm}^2$

b) 1) $A_L = P_B \times h$
$= 8 \times 0{,}9\text{ cm} \times 4{,}2\text{ cm}$
$= 30{,}24\text{ cm}^2$

2) $A_B = \frac{P \times a}{2}$
$= \frac{8 \times 0{,}9\text{ cm} \times 1{,}1\text{ cm}}{2}$
$= 3{,}96\text{ cm}^2$

3) $A_T = A_L + 2 \times A_B$
$= 30{,}24\text{ cm}^2 + 2 \times 3{,}96\text{ cm}^2$
$= 38{,}16\text{ cm}^2$

3. $A_T = P_B \times h + 2 \times A_B$
$= 2{,}1\text{ m} \times 6 \times 2{,}1\text{ m} + 2 \times \frac{2{,}1\text{ m} \times 6 \times 1{,}8\text{ m}}{2}$
$= 26{,}46\text{ m}^2 + 22{,}68\text{ m}^2$
$= 49{,}14\text{ m}^2$

Page 346

4. a) $A_T = P_B \times h + 2 \times A_B$
$= 6{,}25\text{ cm} \times 4 \times 6{,}25\text{ cm} + 2 \times (6{,}25\text{ cm})^2$
$= 156{,}25\text{ cm}^2 + 78{,}125\text{ cm}^2$
$= 234{,}375\text{ cm}^2$

b) $A_T = P_B \times h + 2 \times A_B$
$= 2 \times (2{,}5\text{ cm} + 5{,}3\text{ cm}) \times 4{,}2\text{ cm} + 2 \times 2{,}5\text{ cm} \times 5{,}3\text{ cm}$
$= 65{,}52\text{ cm}^2 + 26{,}5\text{ cm}^2$
$= 92{,}02\text{ cm}^2$

5. $A_T = P_B \times h + 2 \times A_B$
$66{,}24\text{ mm}^2 = (2{,}4\text{ mm} + 3{,}2\text{ mm} + 4\text{ mm}) \times h + 2 \times \frac{3{,}2\text{ mm} \times 2{,}4\text{ mm}}{2}$
$66{,}24\text{ mm}^2 = 9{,}6h\text{ mm} + 7{,}68\text{ mm}^2$
$58{,}56\text{ mm}^2 = 9{,}6h\text{ mm}$
$h = 6{,}1\text{ mm}$

Réponse : La hauteur de ce prisme est de 6,1 mm.

6. $A_L = P_B \times h$
$473{,}2\text{ m}^2 = P_B \times 18{,}2\text{ m}$
$P_B = 26\text{ m}$
$P_B = 4 \times c = 26\text{ m}$
$c = 6{,}5\text{ m}$

$A_B = c^2$
$= (6{,}5\text{ m})^2$
$= 42{,}25\text{ m}^2$

Réponse : L'aire de la base du prisme est de $42{,}25\text{ m}^2$.

7. $A_T = A_L + 2 \times A_B$
$= (49y^2 + 7)\text{ m}^2 + 2 \times (87{,}5y^2 + 51y - 24)\text{ m}^2$
$= (49y^2 + 7)\text{ m}^2 + (175y^2 + 102y - 48)\text{ m}^2$
$= (224y^2 + 102y - 41)\text{ m}^2$

Réponse : L'aire totale du prisme est de $(224y^2 + 102y - 41)\text{ m}^2$.

Enrichissement 6.2 L'aire d'un prisme

Page 347

1. Il faut, autant que l'on peut, placer les plus grandes faces des paquets (60 mm × 90 mm) les unes par-dessus les autres pour utiliser le moins de papier d'emballage possible. Dans ce cas, il y a deux positions que l'on peut envisager :

- 1 colonne de 6 paquets : $A_T = P_B \times h + 2 \times A_B$
$= 2 \times (60\text{ mm} + 90\text{ mm}) \times 6 \times 10\text{ mm} + 2 \times 60\text{ mm} \times 90\text{ mm}$
$= 18\,000\text{ mm}^2 + 10\,800\text{ mm}^2$
$= 28\,800\text{ mm}^2$
- 2 colonnes de 3 paquets : $A_T = P_B \times h + 2 \times A_B$
$= 2 \times (60\text{ mm} \times 2 + 90\text{ mm}) \times 3 \times 10\text{ mm} + 2 \times (60\text{ mm} \times 2 \times 90\text{ mm})$
$= 12\,600\text{ mm}^2 + 21\,600\text{ mm}^2$
$= 34\,200\text{ mm}^2$

Réponse : On doit positionner les paquets de cartes en une seule colonne de 6 paquets sur la plus grande face du solide, soit celle dont les dimensions sont de 60 mm sur 90 mm.

Page 347 (suite)

2. Soit c, la mesure d'un côté d'un cube. L'aire latérale de ce cube est donc de $4c^2$ et son aire totale est de $6c^2$. Si l'on double les dimensions du cube, la mesure du côté est maintenant de $2c$. L'aire latérale du cube est alors de $4(2c)^2 = 16c^2$, et son aire totale est de $6(2c)^2 = 24c^2$. Donc, si l'on double les dimensions du cube, son aire latérale et son aire totale seront toutes deux respectivement quatre fois plus grandes.

Renforcement 6.3 L'aire d'une pyramide

Page 348

1. **a)** $A_T = 115\ \text{cm}^2$ **b)** $A_T = 114\ \text{cm}^2$ **c)** $A_T = 119\ \text{cm}^2$
d) $A_T = 120\ \text{cm}^2$ **e)** $A_T = 120{,}5\ \text{cm}^2$ **f)** $A_T = (105 + x)\ \text{cm}^2$

2. **a)** 1) $A_L = \dfrac{P_B \times a}{2}$
$= \dfrac{3 \times 7\ \text{dam} \times 9\ \text{dam}}{2}$
$= 94{,}5\ \text{dam}^2$

2) $A_B = \dfrac{b \times h}{2}$
$= \dfrac{7\ \text{dam} \times 6{,}1\ \text{dam}}{2}$
$= 21{,}35\ \text{dam}^2$

3) $A_T = A_L + A_B$
$= 94{,}5\ \text{dam}^2 + 21{,}35\ \text{dam}^2$
$= 115{,}85\ \text{dam}^2$

b) 1) $A_L = \dfrac{P_B \times a}{2}$
$= \dfrac{8 \times 1{,}2\ \text{m} \times 8{,}1\ \text{m}}{2}$
$= 38{,}88\ \text{m}^2$

2) $A_B = \dfrac{P_B \times a}{2}$
$= \dfrac{8 \times 1{,}2\ \text{m} \times 1{,}45\ \text{m}}{2}$
$= 6{,}96\ \text{m}^2$

3) $A_T = A_L + A_B$
$= 38{,}88\ \text{m}^2 + 6{,}96\ \text{m}^2$
$= 45{,}84\ \text{m}^2$

3. $A_T = \dfrac{P_B \times a}{2} + A_B$
$= \dfrac{4 \times 9{,}4\ \text{dm} \times 8{,}2\ \text{dm}}{2} + 9{,}4\ \text{dm} \times 9{,}4\ \text{dm}$
$= 154{,}16\ \text{dm}^2 + 88{,}36\ \text{m}^2$
$= 242{,}52\ \text{dm}^2$

Page 349

4. **a)** $A_T = \dfrac{P_B \times a}{2} + A_B$
$= \dfrac{4 \times 99{,}1\ \text{cm} \times 214{,}3\ \text{cm}}{2} + (99{,}1\ \text{cm})^2$
$= 42\ 474{,}26\ \text{cm}^2 + 9820{,}81\ \text{cm}^2$
$= 52\ 295{,}07\ \text{cm}^2$

b) $A_T = \dfrac{P_B \times a}{2} + A_B$
$= \dfrac{5 \times 204\ \text{mm} \times 195\ \text{mm}}{2} + \dfrac{5 \times 204\ \text{mm} \times 140{,}4\ \text{mm}}{2}$
$= 99\ 450\ \text{mm}^2 + 71\ 604\ \text{mm}^2$
$= 171\ 054\ \text{mm}^2$

5. $A_T = \dfrac{P_B \times a}{2} + A_B$
$7238\ \text{hm}^2 = \dfrac{(56\ \text{hm} + 56\ \text{hm} + 56\ \text{hm}) \times a}{2} + \dfrac{56\ \text{hm} \times 48{,}5\ \text{hm}}{2}$
$7238\ \text{hm}^2 = 84a\ \text{hm} + 1358\ \text{hm}^2$
$5880\ \text{hm}^2 = 84a\ \text{hm}$
$a = 70$
Réponse : La mesure de l'apothème de cette pyramide est de 70 hm.

6. $A_L = \dfrac{P_B \times a}{2}$
$56{,}16\ \text{mm}^2 = \dfrac{P_B \times 4{,}5\ \text{mm}}{2}$
$P_B = 24{,}96\ \text{mm}$
$P_B = 8 \times c = 24{,}96\ \text{mm}$
$c = 3{,}12\ \text{mm}$

$A_B = \dfrac{P_B \times a}{2}$
$= \dfrac{8 \times 3{,}12\ \text{mm} \times 3{,}8\ \text{mm}}{2}$
$= 47{,}424\ \text{mm}^2$

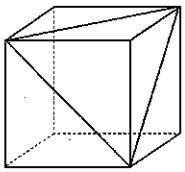
Réponse : L'aire de la base de la pyramide est de $47{,}424\ \text{mm}^2$.

7. $A_T = 4 \times$ aire d'une face latérale $+ A_B$
$= 4 \times (12{,}4a^2 + 8a + 6{,}1)\ \text{km}^2 + (15a^2 - 36a)\ \text{km}^2$
$= (49{,}6a^2 + 32a + 24{,}4)\ \text{km}^2 + (15a^2 - 36a)\ \text{km}^2$
$= (64{,}6a^2 - 4a + 24{,}4)\ \text{km}^2$
Réponse : L'aire totale de la pyramide est de $(64{,}6a^2 - 4a + 24{,}4)\ \text{km}^2$.

Enrichissement 6.3 L'aire d'une pyramide

Page 350

1. a)



b) $A_L = (585{,}64\ \text{cm}^2 \div 2) \times 3 = 878{,}46\ \text{cm}^2$

$A_T = A_L + A_B$

$= 878{,}46\ \text{cm}^2 + 507{,}18\ \text{cm}^2$

$= 1385{,}64\ \text{cm}^2$

c) 1) Si c est la mesure d'un côté de la base de la pyramide, alors $\frac{c}{2}$ est l'apothème de la pyramide puisque les diagonales d'un carré se coupent en leur milieu de façon perpendiculaire.

$$A = \frac{b \times h}{2}$$

$$(585{,}64\ \text{cm}^2 \div 2) = \frac{c \times \frac{c}{2}}{2}$$

$$292{,}82\ \text{cm}^2 = \frac{c^2}{4}$$

$$1171{,}28\ \text{cm}^2 = c^2$$

$$c \approx 34{,}22\ \text{cm}$$

2) $a \approx 34{,}22\ \text{cm} \div 2$

$\approx 17{,}11\ \text{cm}$

3) $$A = \frac{b \times h}{2}$$

$$507{,}18\ \text{cm}^2 = \frac{34{,}22\ \text{cm} \times h}{2}$$

$$h \approx 29{,}64\ \text{cm}$$

Renforcement 6.4 L'aire d'un cylindre

Page 351

1. a) $A_L = 100\ \text{cm}^2$ **b)** $A_L = 200\ \text{cm}^2$ **c)** $A_L = 500\ \text{cm}^2$

d) $A_L = 625\ \text{cm}^2$ **e)** $A_L = 12{,}5\ \text{cm}^2$ **f)** $A_L = 25x\ \text{cm}^2$

2. a) 1) $A_L = \pi d \times h$

$= \pi \times 45{,}2\ \text{dm} \times 54{,}3\ \text{dm}$

$\approx 7710{,}6\ \text{dm}^2$

2) $A_B = \pi r^2$

$= \pi \times \left(\frac{45{,}2\ \text{dm}}{2}\right)^2$

$\approx 1604{,}6\ \text{dm}^2$

3) $A_T = A_L + 2 \times A_B$

$\approx 7710{,}6\ \text{dm}^2 + 2 \times 1604{,}6\ \text{dm}^2$

$\approx 10\ 919{,}8\ \text{dm}^2$

b) 1) $A_L = C \times h$

$= 15{,}8\ \text{m} \times 3{,}1\ \text{m}$

$= 48{,}98\ \text{m}^2$

2) $A_B = \pi r^2$

$= \pi \times \left(\frac{15{,}8\ \text{m}}{2\pi}\right)^2$

$\approx 19{,}87\ \text{m}^2$

3) $A_T = A_L + 2 \times A_B$

$\approx 48{,}98\ \text{m}^2 + 2 \times 19{,}87\ \text{m}^2$

$\approx 88{,}71\ \text{m}^2$

3. $A_T = P_B \times h + 2 \times A_B$

$= 2 \times \pi \times 0{,}4\ \text{mm} \times 0{,}91\ \text{mm} + 2 \times \pi \times (0{,}4\ \text{mm})^2$

$= 0{,}728\pi\ \text{mm}^2 + 0{,}32\pi\ \text{mm}^2$

$\approx 3{,}29\ \text{mm}^2$

Page 352

4. a) $A_T = 2\pi r \times h + 2 \times \pi r^2$

$= 2 \times \pi \times \sqrt{\frac{3{,}98\ \text{mm}}{\pi}} \times 7{,}3\ \text{mm} + 2 \times 3{,}98\ \text{mm}^2$

$\approx 59{,}59\ \text{mm}^2$

b) $A_T = \pi d \times h + 2 \times \pi r^2$

$= \pi \times 11\ \text{m} \times (5x + 8)\ \text{m} + 2 \times \pi \times (5{,}5\ \text{m})^2$

$= 55\pi x + 88\pi + 60{,}5\pi$

$\approx (172{,}79x + 466{,}53)\ \text{m}^2$

5. $A_T = 2\pi r \times h + 2 \times \pi r^2$

$1084{,}85\ \text{dam}^2 = 2 \times \pi \times 8{,}9\ \text{dam} \times h + 2 \times \pi \times (8{,}9\ \text{dam})^2$

$1084{,}85\ \text{dam}^2 = 17{,}8\pi h\ \text{dam} + 158{,}42\pi\ \text{dam}^2$

$587{,}16\ \text{dam}^2 \approx 17{,}8\pi h\ \text{dam}$

$h \approx 10{,}5\ \text{dam}$

Réponse : La hauteur de ce cylindre est d'environ 10,5 dam.

Pages 357-358 (suite)

Pour tailler la pièce initiale en petits cubes, sans perte de matériaux, Annie doit séparer le solide en 72 cubes ($4 \times 6 \times 3 = 72$).

Aire totale de tous les cubes :
$6337{,}5\ cm^2 \times 72 = 456\ 300\ cm^2$

Aire de la surface à peindre en bleu :
$456\ 300\ cm^2 - 114\ 075\ cm^2 = 342\ 225\ cm^2$
$342\ 225\ cm^2 = 34{,}2225\ m^2$

Réponse
Il est préférable qu'Annie choisisse le contenant de peinture (A), qui contient suffisamment de peinture.

SR 6 Le chapiteau

Pages 359-360

Démarche et calculs

Soit c, la mesure d'un côté de la pyramide ou la mesure d'un côté de la base du prisme.

Hauteur du chapiteau = hauteur du prisme + hauteur de la pyramide
24,2 m = hauteur du prisme + 9 m
Hauteur du prisme = 24,2 m − 9 m = 15,2 m

Aire totale du chapiteau (en m^2) :
A = aire latérale de la pyramide + aire latérale du prisme

$$3595{,}2 = \frac{P_B \times a}{2} + P_B \times h$$
$$3595{,}2 = \frac{8 \times c \times 33{,}8}{2} + 8c \times 15{,}2$$
$$3595{,}2 = 135{,}2c + 121{,}6c$$
$$3595{,}2 = 256{,}8c$$
$$c = 14$$

Longueur des barres métalliques nécessaires :
$15{,}2\ m \times 8 + 14\ m \times 8 = 233{,}6\ m$
$233{,}6 < 250$

Réponse
La longueur totale des barres métalliques nécessaires est de 233,6 m, ce qui est inférieur à 250 m.

Carnet 6 Les solides

Page 361

Le polyèdre et les corps ronds

- Un polyèdre est un solide limité par des faces **planes** polygonales.
- Un corps rond est un solide limité par au moins une face **courbe**.

Le développement d'un solide

- Le développement d'un solide est une figure plane obtenue par la **mise à plat** de la surface du solide.
- Le **développement d'un solide** impose de relier chaque face à au moins une autre face par une **arête** commune.

Un solide décomposable

- Un solide décomposable est un solide pouvant être fractionné en plusieurs **solides** plus simples. De cette façon, il est plus facile de calculer l'aire totale ou latérale du solide.

Le prisme

- Un prisme est un **polyèdre** ayant deux faces isométriques et **parallèles** appelées *bases*.
- Les parallélogrammes reliant ces deux bases sont appelés **faces latérales**.
- Un prisme est **droit** si ses faces latérales sont rectangulaires.
- La **hauteur** d'un prisme droit est la distance entre ses deux bases.
- L'aire latérale, A_L, d'un prisme droit se calcule ainsi :
  A_L = périmètre de la base × hauteur = $P_B \times h$.
- L'aire totale, A_T, d'un prisme droit se calcule ainsi :
  A_T = aire latérale + 2 × aire d'une base = $A_L + 2 \times A_B$.

Page 362

La pyramide

- Une pyramide est un **polyèdre** constitué d'une seule base polygonale et de faces latérales **triangulaires** ayant un sommet commun appelé l'**apex**.
- Une pyramide est **droite** si la perpendiculaire à la base, menée de l'apex, passe par le centre de cette base.
- Une pyramide est **régulière** si elle est une pyramide droite et si sa base est un polygone **régulier**.
- La **hauteur** d'une pyramide droite est la distance entre l'apex et la base.
- L'**apothème** d'une pyramide régulière est le segment abaissé perpendiculairement de l'apex sur un des **côtés** de sa base. Il correspond à la **hauteur** du triangle formant une face latérale.
- L'aire latérale, A_L, d'une pyramide droite se calcule ainsi :
  $$A_L = \frac{\text{périmètre de la base} \times \text{apothème}}{2} = \frac{P_b \times a}{2}.$$
- L'aire totale, A_T, d'une pyramide droite se calcule ainsi :
  A_T = aire latérale + aire de la base = $A_L + A_B$.