

Enrichissement 5

Un peu plus d'algèbre !



Nom : _____

Gr : _____

1. Réduis les polynômes suivants.

a) $-2x^3 + 5x - 4x^2 + 2x^3 + 7x + 2$

b) $3(2x^4 + 5x - 4x^2 - 2) - 2(3x^4 - 5x^2 - 3)$

c) $\frac{3}{4}x^3 - \frac{2}{3}x^2 + 5x + \frac{1}{2}x^3 + x^2 - \frac{3}{2}$

d) $-2(3x^2 - 2x + 1) + 3(2x^2 - \frac{4}{3}x + 1)$

2. Retrancher $x - 3$ du triple de $2x - 5$

3. Ajoute au double de $4x + 2$ la différence entre $3x + 2$ et $-2x - 5$

4. Évalue le polynôme $P(x) = \frac{2}{3}x - 1$ pour les valeurs suivantes de x

a) $x = 1$

b) $x = 0$

c) $x = -2$

d) $x = \frac{3}{2}$

5. Évalue le polynôme $P(x) = 3x^2 - 5x + 2$ pour les valeurs suivantes de x .

a) $x = 1$

b) $x = 2$

c) $x = -1$

d) $x = \frac{2}{3}$

6. Soit le polynôme $P(x, y) = -3x^2y + 2xy^2 - 2x + 3y - 5$. Évalue ce polynôme pour :

a) $x = -2$ et $y = 1$

b) $x = 2$ et $y = -1$

c) $x = -\frac{5}{2}$ et $y = 0$

d) $x = \frac{2}{3}$ et $y = \frac{3}{2}$

7. Évalue l'expressions suivante : $\frac{-b^2+4ac}{4a}$ pour :

a) $a = 2, b = 3$ et $c = 1$

b) $a = 3, b = -2$ et $c = -4$

c) $a = -1, b = -5$ et $c = -3$

d) $a = 1, b = -3$ et $c = 0$

e) $a = -2, b = 0$ et $c = -2$

8. Soit le polynôme $P(x) = 2x^3 - 3x^2 - 9x + 10$. Parmi les nombres réels suivants, détermine les zéros (les abscisses à l'origine) du polynôme $P(x)$.

a) 1 b) -1 c) -2 d) $\frac{5}{2}$

9. Le polynôme $P(t) = -\frac{1}{8}t^2 + 3t - 12$ décrit l'évolution de la température $P(t)$ (en degrés Celsius) selon l'instant t (en heure). Quelle température fait-il à

a) 8 h du matin

b) midi (12 h)

10. Le polynôme $V(t) = -0,12t^2 + 1,2t + 5$ donne la valeur (en \$) d'une action de la compagnie Kandev t mois après son achat.

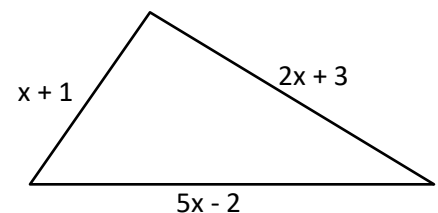
- a) Quelle est la valeur de l'action à l'achat ?
- b) L'action atteint un sommet 5 mois après son achat. Quel est le sommet atteint par l'action ?
- c) L'action est vendue 1 an plus tard. A-t-on réalisé un gain ou une perte ? de combien ?

11. Du haut d'un pont, une pierre est lancée verticalement vers le haut. Le polynôme $h(t) = -4,9t^2 + 19,6t + 58,8$ donne la hauteur (en mètres) de la pierre selon le temps t (en secondes) écoulé depuis le départ.

- a) Trouve la hauteur du pont duquel est projetée la pierre.
- b) La pierre atteint la hauteur maximale 2 secondes après le départ. Quelle est la hauteur maximale atteinte par la pierre ?

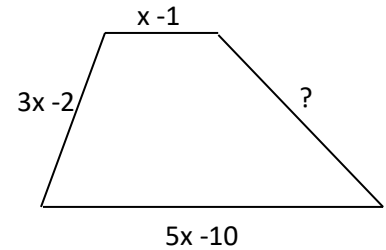
12.

- a) Exprime par un polynôme le périmètre du triangle ci-contre :



b) Évalue le périmètre lorsque $x = 4$

13. Le trapèze ci-contre a pour périmètre $11x + 10$. Trouve la mesure manquante.



14. Détermine les produits suivants :

a) $(x - 5)(x + 2)$

b) $(3x + 5)(2x - 3)$

c) $(3x^2 + 2x)(2x^2 - 3x)$

d) $(2x - 3)(4x^2 + 5)$

e) $(2x - 5)(3x^2 - 2)$

f) $(-5x^2 + 3)(-3x - 2)$

g) $-(4x - 8)(2x + 16)$

h) $(2x + 3)^2$

i) $(2x - 3)(x + 4)(3x + 5)$

j) $(3x - 7)^3$

15. Soit $A = 3x + 4$; $B = 2x - 5$; $C = 4x + 1$. Effectue les opérations suivantes et réduis les expressions obtenues.

a) $A \times B =$

b) $B \times C$

c) $A \times (B + C)$

d) $A - B$

e) $(A + B)(B - C)$

f) $A^2 \times B$

g) $A \times B \times C$

h) $B \times A \times C$

i) $A + B \times C$

j) $C - A \times B$

16. Considère les polynômes $A = -3x^2 + 5x - 4$, $B = 2x^2 + 4x + 9$,
 $C = 3x - 7$ et $D = -5x$ Trouve :

a) $A \times C$

b) $(A + B) \times D$

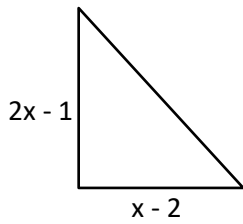
c) $C \times (B - A)$

d) $A \times C - B \times D$

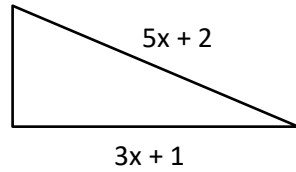
e) $C \times D - B$

f) $A - C \times D$

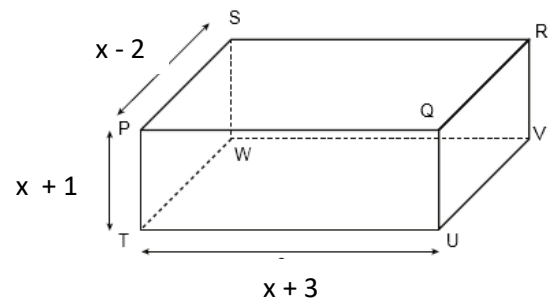
17. Dans le triangle rectangle suivant, détermine l'hypoténuse.



18. Dans le triangle rectangle suivant, détermine la cathète.



19. Exprime, par un polynôme en x ,
a) l'aire totale du prisme ci-contre.



b) le volume du prisme

20. Résous les équations suivantes :

a) $5x - 3 = 12$

b) $-2x + 3 = 5$

c) $\frac{3}{2}x - 2 = 4$

d) $\frac{3}{2}x - 1 = \frac{5}{4}$

e) $2x + 3 = 3x - 4$

f) $6x - 2 = 3x + 7$

g) $(x - 1) + 2(x - 3) = x + 5$

h) $3(4x + 1) = 2(3x - 1)$

i) $5(2x + 1) - 3(2x - 1) = 2(3x - 2)$

j) $3 - 6(x - 1) + 4(3x - 2) = 2x + 3$

$$\text{k) } \frac{3}{2}x - \frac{1}{3} = \frac{3}{4}x + \frac{1}{2}$$

$$\text{l) } \frac{2x-3}{4} = 3x$$

$$\text{m) } \frac{2x+3}{3} = \frac{3x-1}{2}$$

$$\text{n) } \frac{x-1}{2} + \frac{x+1}{3} = \frac{7}{6}$$

$$\text{o) } \frac{x-2}{3} - \frac{x+1}{5} = 1$$

$$\text{p) } \frac{x+1}{3} + \frac{3}{2} = \frac{x-1}{2} - \frac{1}{6}$$

$$\text{q) } -5(2x+1) + 3(x-2) = 2(4x-1) - 3(2x-3)$$

$$\text{r) } \frac{2}{3}(x+1) - \frac{3}{2}(4x-2) = \frac{5}{6}(12x+3) - \frac{3}{4}$$

Avant de poursuivre, voici un peu de théorie afin d'augmenter ton efficacité!!

Identités remarquables

- Identité 1 : Quels que soient les nombres réels a et b , on a

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Ainsi, quand on développe $(a + b)^2$, appelé carré d'une somme, on obtient le trinôme $a^2 + 2ab + b^2$, appelé trinôme carré parfait.

$$\begin{aligned}\text{Ex. : } (2x + 5y)^2 &= (2x)^2 + 2(2x)(5y) + (5y)^2 \\ &= 4x^2 + 20xy + 25y^2\end{aligned}$$

Un peu de pratique !

21. Développe les produits suivants en utilisant l'identité 1 :

a) $(x + 5)^2 =$ _____

b) $(3m + 5n)^2 =$ _____

c) $(4x^2y + 2xy^2)^2 =$ _____

d) $(\frac{3}{2}a + \frac{4}{9})^2 =$ _____

e) $(3a^3 + 5a^2)^2 =$ _____

Identités remarquables

- Identité 2 : Quels que soient les nombres réels a et b , on a

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Ainsi, quand on développe $(a - b)^2$, appelé carré d'une différence, on obtient le trinôme $a^2 - 2ab + b^2$, appelé trinôme carré parfait.

$$\begin{aligned}\text{Ex. : } (3x + 4)^2 &= (3x)^2 - 2(3x)(4) + (4)^2 \\ &= 9x^2 - 24x + 16\end{aligned}$$

Un peu de pratique !

22. Développe les produits suivants en utilisant l'identité 2 :

a) $(x - 7)^2 =$ _____

b) $(5x - 2y)^2 =$ _____

c) $(3x^2 - 5y^2)^2 =$ _____

d) $(\frac{5}{6}a - \frac{3}{10}b)^2 =$ _____

e) $(3a^3 - 5a^4)^2 =$ _____

Identités remarquables

- Identité 3 : Quels que soient les nombres réels a et b , on a

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

Ainsi, quand on développe le produit d'une somme de deux termes $(a + b)$ par leur différence $(a - b)$, on obtient une différence de deux carrés $a^2 - b^2$

$$\begin{aligned}\text{Ex. : } (7x + 5)(7x - 5) &= (7x)^2 - (5)^2 \\ &= 49x^2 - 25\end{aligned}$$

Un peu de pratique !

23. Développe les produits suivants en utilisant l'identité 3 :

a) $(3x - 5)(3x + 5) =$ _____

b) $(3x^2 - 5x)(3x^2 + 5x) =$ _____

c) $(2xy + 5y)(2xy - 5y) =$ _____

d) $\left(x - \frac{5}{6}\right)\left(x + \frac{5}{6}\right) =$ _____

e) $\left(\frac{5}{6}m^3 + \frac{2}{7}n^2\right)\left(\frac{5}{6}m^3 - \frac{2}{7}n^2\right) =$ _____

24. Utilise les identités remarquables pour développer les produits suivants :

a) $(3x + 4)^2$

b) $(3x - 4)^2$

c) $(3x + 4)(3x - 4)$

d) $(3x - 2y)^2$

e) $(2a - 3b)^2$

f) $(5x^2 + x)^2$

g) $(2x - 7)(2x + 7)$

h) $\left(x + \frac{3}{2}\right)^2$

25. Développe et simplifie les expressions suivantes en utilisant les identités remarquables.

a) $(x + 7)^2 + (x - 3)^2$

b) $(2x - 3)^2 + (3x + 5)^2$

c) $(3x + 2y)^2 - (3x - 2y)^2$

d) $(3x + 7)^2 + (3x - 7)^2 + (3x + 7)(3x - 7)$

e) $(2x - 5)^2 + (2x + 5)^2 - (2x - 5)(2x + 5)$

f) $(4x - 5y)^2 - (4x + 5y)^2$

g) $(2x - 5)^2 + (4x - 1)^2 - (3x + 2)(x - 5)$

Corrigé

1. a) $-4x^2 + 12x + 2$ b) $-2x^2 + 15x$ c) $\frac{5}{4}x^3 + \frac{x^2}{3} + 5x - \frac{3}{2}$ d) 1
2. $5x - 12$
3. $13x + 11$
4. a) $-\frac{1}{3}$ b) -1 c) $-\frac{7}{3}$ d) 0
5. a) 0 b) 4 c) 10 d) 0
6. a) -14 b) 4 c) 0 d) $-\frac{5}{6}$
7. a) $-\frac{1}{8}$ b) $-\frac{13}{3}$ c) $\frac{13}{4}$ d) $-\frac{9}{4}$ e) -2
8. a) c) et d)
9. a) 4^0C b) 6^0C
10. a) 5 \$ b) 8 \$ c) une perte de 2,88\$ par action
11. a) 58,8 mètres b) 78,4 mètres
12. a) $8x + 2$ b) 34 unités
13. $2x + 23$
14. a) $x^2 - 3x - 10$ b) $6x^2 + x - 15$ c) $6x^4 - 5x^3 - 6x^2$
d) $8x^3 - 12x^2 + 10x - 15$ e) $6x^3 - 15x^2 - 4x + 10$
f) $15x^3 + 10x^2 - 9x - 6$ g) $-8x^2 - 48x + 128$
h) $4x^2 + 12x + 9$ i) $6x^3 + 25x^2 - 11x - 60$
j) $27x^3 - 189x^2 + 441x - 343$
15. a) $6x^2 - 7x - 20$ b) $8x^2 - 18x - 5$
c) $18x^2 + 12x - 16$ d) $x + 9$
e) $-10x^2 - 28x + 6$ f) $18x^3 + 3x^2 - 88x - 80$
g) $24x^3 - 22x^2 - 87x - 20$ h) comme la lettre g !

- i) $8x^2 - 15x - 1$ j) $-6x^2 + 11x + 21$
16. a) $-9x^3 + 36x^2 - 47x + 28$ b) $5x^3 - 45x^2 - 25x$
- c) $15x^3 - 38x^2 + 46x - 91$ d) $x^3 + 56x^2 - 2x + 28$
- e) $-17x^2 + 31x - 9$ f) $12x^2 - 30x - 4$
17. $\sqrt{5x^2 - 8x + 5}$
18. $\sqrt{16x^2 + 14x + 3}$
19. a) $6x^2 + 8x - 10u^2$ b) $x^3 + 2x^2 - 5x - 6u^3$
20. a) $x = 3$ b) $x = -1$ c) $x = 4$ d) $x = \frac{3}{2}$ e) $x = 7$ f) $x = 3$
- g) $x = 6$ h) $x = -\frac{5}{6}$ i) $x = 6$ j) $x = \frac{1}{2}$ k) $x = \frac{10}{9}$
- l) $x = -\frac{3}{10}$ m) $x = \frac{9}{5}$ n) $x = \frac{8}{5}$ o) $x = 14$ p) $x = 15$
- q) $x = -2$ r) $x = \frac{1}{8}$
21. a) $x^2 + 10x + 25$ b) $9m^2 + 30mn + 25n^2$
- c) $16x^4y^2 + 16x^3y^3 + 4x^2y^4$ d) $\frac{9}{4}a^2 + \frac{4}{3}a + \frac{16}{81}$ e) $9a^6 + 30a^5 + 25a^4$
22. a) $x^2 - 14x + 49$ b) $25x^2 - 20xy + 4y^2$ c) $9x^4 - 30x^2y^2 + 25y^4$
- d) $\frac{25}{36}a^2 - \frac{1}{2}ab + \frac{9}{100}b^2$ e) $9a^6 - 30a^7 + 25a^8$
23. a) $9x^2 - 25$ b) $9x^4 - 25x^2$ c) $4x^2y^2 - 25y^2$
- d) $x^2 - \frac{25}{36}$ e) $\frac{25}{36}m^6 - \frac{4}{9}n^4$
24. a) $9x^2 + 24x + 16$ b) $9x^2 - 24x + 16$ c) $9x^2 - 16$
- d) $9x^2 - 12xy + 4y^2$ e) $4a^2 - 12ab + 9b^2$
- f) $25x^4 + 10x^3 + x^2$ g) $4x^2 - 49$ h) $x^2 + 3x + \frac{9}{4}$
25. a) $2x^2 + 8x + 58$ b) $13x^2 + 18x + 34$ c) $24xy$
- d) $27x^2 + 49$ e) $4x^2 + 75$ f) 0 g) $17x^2 - 15x + 36$