Note de cours

mise à niveau sec. 3

A

Les tableaux de distribution

	Tableau de données condensées	Tableau de données groupées en classes
Type de caractère	Qualitatif → qualité (mot) Quantitatif discret → quantité (nombre)	Quantitatif discret → nbr. entier Quantitatif continu → nbr. décimaux
Exemples	**Les groupes sanguins de 32 donneurs de sang** B O A A A O A AB A O O A O O O O O O B O O B AB A O A O A B O A O	**Le montant maximum ($) que les citoyens de Sherbrooke étaient prêt à payer en 2010 pour le transport en commun.** 2.50 2.80 3.00 2.80 2.80 3.50 3.50 3.50 3.00 2.50 1.90 2.70 2.60 2.60 1.80 2.00 3.30 3.30 1.80 2.00 2.10 3.20 3.40 3.50 1.70

Les groupes sanguins de 32 donneurs de sang

Groupe sanguin	Effectif	Fréquence relative
A	10	31,25%
B	4	12,5%
O	16	50%
AB	2	6,25%
Total	32	100%

Freq. Rel. / %

$\frac{\square}{32} = \frac{x}{100}$

Le montant maximum ($) que les citoyens de Sherbrooke étaient prêt à payer en 2010 pour le transport en commun.

Résultat	Effectif	Fréquence relative
[1.50, 1,80[	1	4 %
[1,80, 2,10[	5	20 %
[2,10, 2,40[	1	4 %
[2,40, 2,70[	4	16 %
[2,70, 3,00[	4	16 %
[3,00, 3,30[	3	12 %
[3,30, 3,60[	7	28 %
Total	25	100%

7 classes

- Chaque classe correspond à un intervalle [*borne* inf, *borne* sup[.
- Il faut d'abord déterminer le nombre de classe : entre 5 à 10
- ~~Il faut calculer l'amplitude (écart entre les 2 bornes) de chaque classe :~~

$$\cancel{\text{Amplitude} = \frac{\textit{Plus grande donnée} - \textit{Plus petite donnée}}{\textit{nombre de classe}}}$$

- ~~Il faut pouvoir inscrire la plus petite et la plus haute donnée dans une classe.~~
- [130,140[comprend à partir de 130 jusqu'à 140 exclus

Les mesures de tendances centrales

Trois mesures statistiques (mode, médiane, moyenne) qui décrivent le centre d'une distribution de données.

Les mesures de tendance centrale		
Moyenne (notée $\bar{x}$)	**Mode (noté Mod)**	**Médiane (notée Méd)**
Valeur qu'auraient les données si elles étaient toutes égales. Donnée qui représente le centre d'équilibre d'une distribution	Valeur ou modalité qui a le plus grand effectif.	Valeur qui partage une distribution ordonnée de données en deux parties comprenant chacune un même nombre de données.
Remarque : La moyenne est sensible aux données éloignées.	*Remarque :* Une distribution peut avoir aucun mode, un seul mode ou plusieurs.	*Remarque :* La médiane n'est pas nécessairement une donnée de la distribution.

5, 6, 6, 7
$\bar{x} = 6$

5, 6, 7, 8
$\bar{x} = 6{,}5$

La méthode de calcul des mesures de tendance centrale dépend du type de représentation des données. Les mesures ont toujours des nombres en lien avec la question.

Données non groupées (liste)

Ex. : 96 95 89 94 96 91 94 93 90 88 94 88 91 87

nbr données 14

Mesure	Calcul	Exemple
Moyenne	$\bar{x} = \dfrac{\textit{Somme des données}}{\textit{nombre de données}}$	$\bar{x} = \dfrac{1286}{14}$ $\boxed{\bar{x} \approx 91{,}86}$
Médiane	**- Ordonner la distribution.** - Partager la distribution en 2 parties égales. Distribution impaire : Méd = donnée du milieu sur Distribution paire : Méd = moyenne des 2 données centrales entre	87 88 88 89 90 91 91 93 94 94 94 95 96 96 Nb données pair : 14 ⇒ Entre 2 donnée Position : 14 ÷ 2 = 7 ⇒ entre 7e et 8e 7e donnée : 91 8e donnée : 93 Méd = $\dfrac{91+93}{2} = 92$ * Si nbr. impair c'est elle-même $\boxed{\text{Méd} = 9}$
Mode	Mod = valeur qui a le plus grand effectif	$\boxed{\text{Mod } 94}$

Données condensées

Liste : 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
1 1 1 1 1 1 1 1 1 2
2 2 2 3 4

Ex. :

$\sum$	Le nombre d'animaux des élèves d'une classe du préscolaire		Effectif cumulé
	Nombre d'animaux	***Effectif***	
$0 \cdot 10 = 0$	0	10	10
$1 \cdot 9 = 9$	1	9	19
$2 \cdot 4 = 8$	2	4	23
$3 \cdot 1 = 3$	3	1	24
$4 \cdot 1 = 4$	4	1	25
24	Total	25	

1e à 10e donné
11e à 19e donnée ← 13e position

* à faire avec le tableau et non la liste si 350 données.

Mesure	Calcul	Exemple
Moyenne	$\bar{x} = \dfrac{\left(\text{somme de chaque donnée } X \text{ son effectif}\right)}{\text{nombre de données}}$	$\bar{x} = \dfrac{(0 \cdot 10 + 1 \cdot 9 + 2 \cdot 4 + 3 \cdot 1 + 4 \cdot 1)}{25}$ $\bar{x} = \dfrac{24}{25}$ $\bar{x} = 0{,}96$ $\boxed{\bar{x} = 0{,}96}$
Médiane	**Position de la médiane** : Diviser le nombre de données par 2. Distribution impaire : sur Il faut la donnée du milieu. Distribution paire : entre Il faut trouver les deux données centrales et faire la moyenne. Chercher la donnée située à cette ou ces positions à l'aide de : - effectif cumulé - fréquence cumulée (%)	nbr. données = 25 ⇒ impair sur une donnée Position : 25 ÷ 2 = 12,5 ⇒ 13e position Chercher 13e position dans le tableau avec effectif cumulé 13e donnée est 1 $\boxed{\text{Méd} = 1}$
Mode	Mod = valeur qui a le plus grand effectif (il y en a plus)	Sur effectif $\boxed{\text{Mod} = 0}$

Données groupées en classe

On ne peut qu'estimer les mesures de tendances centrales des données groupées en classe.

Ex. :

Le revenu hebdomadaire d'un groupe de 29 étudiants		valeur centrale	Valeur centrale × effectif	Effectif cumulé
Revenu hebdomadaire ($)	***Effectif***			
[0, 50[	6	25	25·6 = 150	6
[50, 100[	8	75	75·8 = 600	14
[100, 150[	7	125	875	21 ← 15e position
[150, 200[	6	175	1050	27
[200, 250[	2	225	450	29
Total amplitude 50	29		3125	

5 classes

$= \frac{100+150}{2}$

$= 125$

Mesure	Calcul	Exemple
Moyenne	$\bar{x} = \frac{\left(\text{somme de la valeur centrale de chaque classe } X \text{ son effectif}\right)}{\text{nombre de données}}$	$\bar{x} = \frac{3125}{29}$ ← laisser des traces ds tableau ← total des données $\bar{x} \approx 107{,}76$
Médiane	Chercher la classe où on atteint 50% des données. Utiliser : - effectif cumulé - fréquence cumulée (%) **Classe médiane** : - Classe où se situe la médiane. **Médiane** ≈ Valeur centrale de la classe médiane.	Nb. donnée = 29 ⇒ impair ⇒ la donnée Position : 29 ÷ 2 = 14,5 ⇒ 15e position chercher 15e position dans effectif cumulé classe : [100, 150[$\boxed{\text{Méd} = 125}$
Mode	**Classe modale** : - Classe ayant l'effectif le plus élevé **Mod** ≈ Valeur centrale de la classe modale.	Classe modale = [50, 100[$\boxed{\text{Mod} = 75}$

Méd Impair ⇒ $\boxed{\text{sur}}$
pair ⇒ $\boxed{\text{entre}}$ (moyenne)

Mesure de dispersion

Mesure statistique (**Étendue**) qui sert à décrire l'étalement ou la concentration d'une distribution.

Données non groupées Données condensées	Données groupées en classe
E = valeur maximale - valeur minimale	E = borne supérieure de la classe la plus élevée – borne inférieure de la classe la moins élevée

ex : 61 - 73 - 83 - 91 - 93

E = 93 - 61 (max - min)

E = 32

[0,10[
[10,20[
[20,30[
[30,40[
[40,50[

E = 50 - 0

E = 50

On se pratique !

1 Complète le tableau suivant en effectuant les calculs nécessaires.

a)

Distribution	Mode	Médiane	Moyenne ($\bar{x}$)	Étendue
	4	5,5	88	5

8 données

Moyenne : $\bar{x} = \frac{47}{9}$

$\bar{x} \approx 5,88$

Méd : pair ⇒ entre ⇒ moyenne

position $8 \div 2 = 4$ ⇒ 4e sur 5e donnée } $\frac{5+6}{2} = 5,5$

Mode : plus grande effectif } Mod : 4

Étendue : 91 - 4 = 5

b)

Distribution	Mode	Médiane	Moyenne	Étendue
	4	4	4	4

ordre : 2, 2, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 6

11 données

Moyenne : $\bar{x} = \frac{44}{11}$

$\bar{x} = 4$

Méd : impair ⇒ donnée milieu

position $11 \div 2, 5,5$ ⇒ 6e sur donnée (ordre) } Méd : 4

Mode plus grand effectif } Mod : 4

Etendue : 6 - 2 = 4

La moyenne pondérée

Moyenne à utiliser lorsque les valeurs d'une distribution n'ont pas toutes la même importance.

Ex. : Un cours de géographie comporte trois étapes. En tenant compte de la note obtenue à chacune des étapes par un ou une élève et de l'importance relative de chacune des étapes, on a :

Cours de géographie

Étape	Note (%)	Pondération (%)
1	75	20
2	72	30
3	88	50

Pondération décimaux
0,2
0,3
0,5

moyenne normale :

$\bar{x} = \frac{75+72+88}{3}$ car $\bar{x} = 75 \cdot \frac{1}{3} + 72 \cdot \frac{1}{3} + 88 \cdot \frac{1}{3}$

moyenne pondérée

1ère facon

$\frac{75}{100} = \frac{x_1}{20}$ $\frac{72}{100} = \frac{x_2}{30}$ $\frac{88}{100} = \frac{x^3}{50}$

$x_1 = \frac{75 \cdot 20}{100}$ $x_2 = \frac{72 \cdot 30}{100}$ $x_3 = \frac{88 \cdot 50}{100}$

$x_1 = 15$ $x_2 = 21,6$ $x_3 = 44$

2e facon

$75 \cdot 0,2 + 72 \cdot 0,3 + 88 \cdot 0,5$

$= 80,6\%$

$75 \times \frac{20}{100} = \frac{1500}{100} = 15$

Note : $15 + 21,6 + 44 = 80,6\%$

On se pratique !

1. Calcule la moyenne pondérée de cette situation.

Cours d'informatique

Travail	Résultat (%)	Valeur relative
[illegible]	[illegible]	[illegible]
Page WEB	75	50 %
[illegible]	[illegible]	[illegible]

Pondération décimaux
0,25
0,5
0,25

$\bar{x} = 87 \cdot 0,25 + 75 \cdot 0,5 + 92 \cdot 0,25$

$\bar{x} = 82,25\%$

2 Calcul le mode, la médiane, la moyenne et l'étendue de la distribution suivante.

Assiduité au cours de peinture

Nombre	Effectif	$\bar{x}$ Σ nbr · effectif	Méd eff. cumulé	
[redacted]	[redacted]	0 · 14 = 0	14	(1e à 14e)
[redacted]	22	1 · 22 = 22	36	(15e à 36e)
[redacted]	[redacted]	2 · 30 = 60	66	(37e à 66e) la 44e est ici
[redacted]	15	45	81	(67e à 81e) 45e
[redacted]	[redacted]	4 · 7 = 28 24	87 - 88	(82e à 87e)
TOTAL	87 - 88	151		

155

Méd : impair => sur

position : 87 ÷ 2 = 43,5 => sur 44e

pair => entre

88 ÷ 2 = 44

44e et 45e

$\frac{2+2}{2} = 2$

$\frac{155}{88} \approx 1,76$

Mo : 2 (plus fréquent)

$\bar{x} = \frac{151}{87} \approx 1,74$

Méd : 2

E : 4

4 − 0 = 4

3 À partir des données de cette distribution, calcule le mode, la médiane, la moyenne et l'étendue.

Dépenses hebdomadaires

donnée milieu	Montant ($)	Effectif	$\bar{x}$ donné mil. · effec	Méd eff. cumulé
5	[redacted]	[redacted]	5 · 23 = 115	23
15	10 - 20	12	15 · 12 = 180	35
25	[redacted]	[redacted]	25 · 36 = 900	71
35	30 - 40	9	35 · 9 = 315	80
	TOTAL	80	1510	

(36e à 71e)

$\bar{x} = \frac{1510}{80} = 18,875$

Méd : pair => entre

position 80 ÷ 2 = 40

entre 40e et 41e

Méd : $\frac{25+25}{2} = 25$

Écart : 40 − 0 = 40

Mo = 25

$\bar{x} = 18,875$ ou $\bar{x} = 18,88$

Méd : 25

E = 40